Великолепное упражнение на понимание смежных классов – это попытка разложить группу на составляющие.

H называется подгруппой G, если для любых произведений элементов H мы не выходим за пределы H.
Например, в группе трёхмерных сдвигов двумерные сдвиги в одной плоскости образуют подгруппу. Как их не комбинируй, за пределы этой плоскости мы не выйдем.

Оказывается, что часто группу G можно представить в виде прямой суммы:

$$G = aH + bH + cH + \cdots + zH$$

где a-z, элементы группы G, не входящие в H.

Вообще смысл этой формулы яснее всего проявляется на той же группы трёхмерных сдвигов. Пусть H – подгруппа, где лежат все сдвиги в плоскости OXY. Тогда группу G всех сдвигов можно представить как

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \text{сдвиг на } z * \text{сдвиг в } OXY$$

Сумма стала бесконечной (но и группа у нас бесконечная). Давайте ещё один пример – уже с конечной группой: перестановок из 4 элементов.

Все перестановки: {1234, 1243, 1324, 1342, 1423, 1432, 2134, 2143, 2314, 2341, 2413, 2431, 3124, 3142, 3214, 3241, 3412, 3421, 4123, 4132, 4213, 4231, 4312, 4321} = G, порядка 24.
Циклические: {1234, 2341, 3412, 4123} = H, порядка 4. Их я подкрасил жёлтым.

Возьмём какой элемент из G-H. Например, 1243. Это будет a. Подействуем им на все 4 элемента H. Получим aH={1234, 2314, 3421, 4132}. Покрасим их красным цветом.

Возьмём какой элемент из G-H-aH. Например, 2134. Это будет b. Подействуем им на все 4 элемента H. Получим bH={2134, 3241, 4312, 1423}. Их мы подкрасим зелёным цветом.

Возьмём какой элемент из $G-H-aH-bH$. Например, 1324. Это будет c.
Подействуем им на все 4 элемента H. Получим $cH=\{1324, 2431, 3142, 4231\}$. Их мы подкрасим зелёным цветом.

Возьмём какой элемент из $G-H-aH-bH$. Например, 1324. Это будет c.
Подействуем им на все 4 элемента H. Получим $cH=\{1324, 2431, 3142, 4231\}$. Их мы подкрасим голубым цветом.

Возьмём какой элемент из $G-H-aH-bH-cH$. Например, 4321. Это будет d.
Подействуем им на все 4 элемента H. Получим $dH=\{4321, 1432, 2143, 3214\}$. Их мы подкрасим розовым цветом.

Возьмём какой элемент из $G-H-aH-bH-cH-dH$. Например, 4321. Это будет f.
Подействуем им на все 4 элемента H. Получим четыре оставшихся элемента - $fH=\{1342, 2413, 3124, 4213\}$. Их покрасим в серый.

Тем самым, G разложена на левые смежные классы циклической подгруппы H: $G=H+aH+bH+cH+dH+fH$. Да, построенная байда называется разложением по левым смежным классам. Как вы понимаете, Ha, Hb, Hc были бы правыми классами.